S

# Международно състезание “Европейско Кенгуру”

**23 март 2019 г.**

**ТЕМА за 11 и 12 клас**

**След всяка от първите 24 задачи има посочени 5 отговора, от които само един е верен. Задачи 25 и 26 изискват числов отговор. Първите 10 задачи се оценяват с по 3 точки, вторите 10 с по 4 точки, а последните 6 с по 5 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори или таблици.**

**ВРЕМЕ ЗА РАБОТА: 90 минути. Пожелаваме Ви успех!**

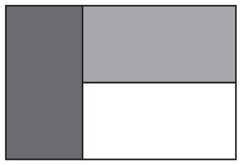
---

**1** Dans l’expression 2 # 0 # 1 # 9, on écrit les trois signes +, – et × (chacun une fois) à la place des #. Quel est le plus grand nombre que l’on peut obtenir ?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

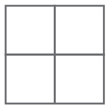
**2** Le drapeau ci-contre a la forme d’un rectangle divisé en trois rectangles identiques.
Quel est le rapport largeur/longueur du rectangle blanc ?

A) 1/2 B) 2/3 C) 2/5 D) 3/7 E) 4/9



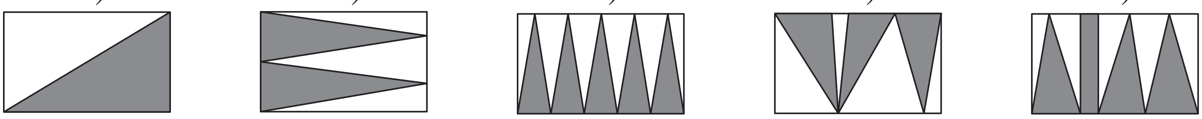
**3** Les nombres 1, 2, 3 et 4 ont été écrits dans les cases d’une grille 2×2.
On a calculé les sommes de chaque ligne et de chaque colonne. Deux de ces sommes sont 4 et 5. Quelles sont les deux autres ?

A) 5 et 6 B) 3 et 5 C) 4 et 5 D) 4 et 6 E) 6 et 6

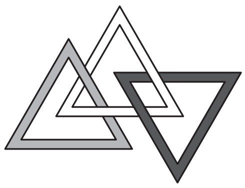


**4** Dans chacun de ces rectangles identiques, une partie a été grisée. Dans quel rectangle l’aire grisée est-elle la plus grande ?

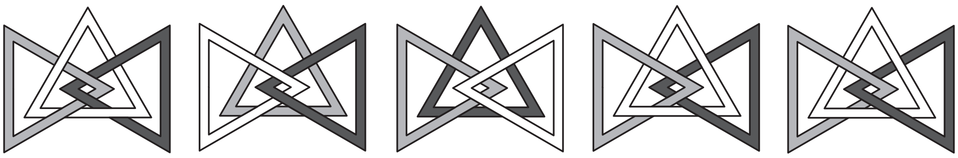
A) B) C) D) E)



**5** Trois triangles sont imbriqués comme sur le dessin ci-contre.
Lequel des dessins ci-dessous les montre imbriqués de la même façon ?



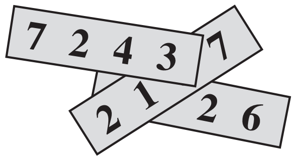
A) B) C) D) E)



**6** Quel est le premier chiffre (celui le plus à gauche) du plus petit entier positif dont la somme des chiffres est 2019 ?

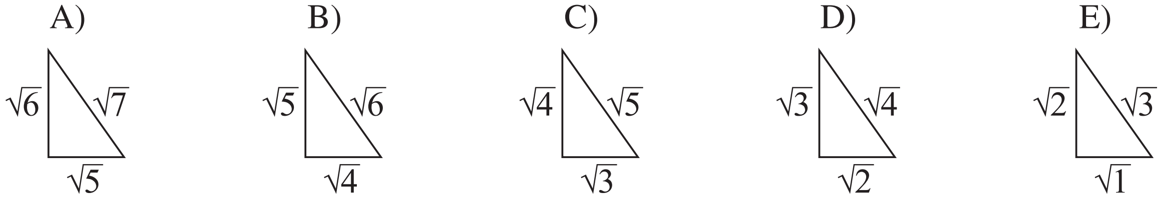
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

**7** Un nombre de quatre chiffres est écrit sur chacune des bandes de papier. Trois des chiffres sont cachés. La somme des trois nombres est 11126. Quels sont les trois chiffres cachés ?




A) 1, 4 et 7 B) 1, 5 et 7 C) 3, 3 et 3
D) 4, 5 et 6 E) 4, 5 et 7

**8** Pour chacun de ces cinq triangles, les longueurs des côtés ont été indiquées. Pour lequel ces longueurs sont-elles celles d'un triangle rectangle ?




**9** Une pyramide a 23 faces triangulaires. Combien a-t-elle d'arêtes ?

A) 23 B) 24 C) 46 D) 48 E) 69

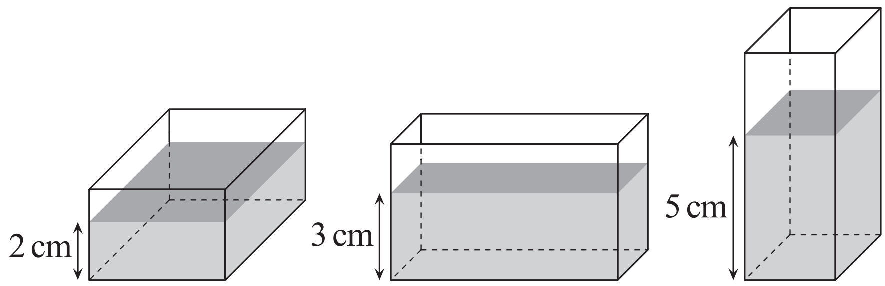
**10** L'an dernier, il y avait entre 31 et 37 adhérents au club de robotique. Cette année, l'effectif a augmenté de 20% exactement. Combien y a-t-il d'adhérents cette année ?

A) 33 B) 37 C) 38 D) 42 E) 44

**11** Valentin a inventé une nouvelle opération qu'il note @ définie par $x @ y = y - x$ pour tout $x$ et $y$ réels.
Si $a$, $b$ et $c$ sont tels que $(a @ b) @ c = a @ (b @ c)$, quelle phrase est nécessairement vraie ?

A) $a = 0$ B) $c = 0$ C) $a = b$ D) $b = c$ E) $a = c$

**12** On a versé 120 cm$^3$ d'eau dans une boîte parallélépipédique que l'on peut fermer. Suivant la face sur laquelle est posée la boîte, la hauteur d'eau est de 2 cm, 3 cm ou 5 cm, comme le montre le dessin (dimensions non respectées).




Quel est le volume de la boîte ?

A) 160 cm$^3$ B) 180 cm$^3$ C) 200 cm$^3$ D) 220 cm$^3$ E) 240 cm$^3$

**13** Combien existe-t-il d'entiers strictement positifs $n$ dont le plus grand diviseur (en excluant $n$ lui-même) est $n-6$ ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) une infinité

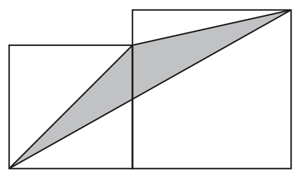
**14** Une boîte contient 4 pièces d'argent et 1 pièce d'or. André et Claudie tirent, chacun leur tour, sans remise, une pièce au hasard dans la boîte. André commence. Quelle est la probabilité que Claudie ait la pièce d'or après les cinq tirages ?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{1}{3}$

**15** Combien de nombres entiers compris entre $2^{10}$ et $2^{13}$ ($2^{10}$ et $2^{13}$ inclus) sont divisibles par $2^{10}$ ?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

**16** Deux carrés adjacents (voir figure) ont pour côtés $p$ et $q$ ($p < q$). Quelle est l'aire du triangle grisé ?



A) $\sqrt{pq}$ B) $\frac{1}{2}p^2$ C) $\frac{1}{2}q^2$ D) $\frac{1}{4}(p^2+q^2)$ E) $\frac{1}{2}(p^2+q^2)$

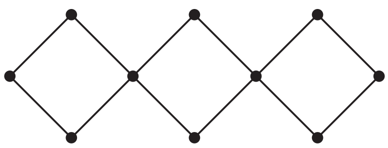
**17** Quelle est la partie entière de $\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20}}}}$ ?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 20 E) 25

**18** Quel est l'ensemble des réels $k$ pour lesquels l'équation $x^2+4x=k$, d'inconnue $x$, a deux solutions réelles distinctes ?

A) $[-4\,;+\infty[$ B) $]-\infty\,;4[$ C) $]-\infty\,;-4[$ D) $]-4\,;+\infty[$ E) $]4\,;+\infty[$

**19** Les 10 nombres entiers de 1 et 10 sont placés aux sommets du réseau ci-contre de telle sorte que la somme des quatre nombres placés aux sommets de chacun des trois carrés soit toujours la même.



Quelle est la plus petite valeur possible pour cette somme ?

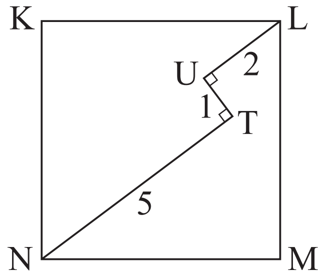
A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

**20** Pour calculer le résultat de $\frac{x+y}{z}$, Zeus tape « $x+y \div z =$ » sur sa calculette et le résultat est 11 ($x$, $y$, et $z$ sont des entiers positifs). Puis il tape « $y+x \div z =$ » et il est surpris de voir le résultat 14. Il comprend que sa calculette donne priorité à la division sur l'addition.

Quel est le bon résultat pour $\frac{x+y}{z}$ ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**21** Un chemin en zigzag NTUL avec deux tournants à angle droit traverse le carré KLMN (voir figure).
Sachant que NT = 5, TU = 1 et UL = 2, quelle est la longueur du côté du carré ?




A) $3\sqrt{2}$ B) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{11}{2}$

D) $5\sqrt{2}$ E) 5

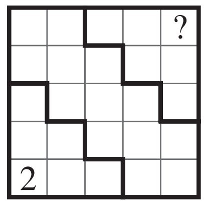
**22** Combien y a-t-il d'entiers relatifs $n$ tels que $|n^2 - 2n - 3|$ soit un nombre premier ?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) une infinité

**23** Combien de plans passent par au moins trois sommets d'un cube donné ?
A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

**24** Soit la suite $(u_n)$ définie par $u_1 = 49$, et, pour tout $n \geqslant 1$, $u_{n+1}$ est obtenu en ajoutant 1 à la somme des chiffres de $u_n$ puis en élevant le résultat au carré. Ainsi $u_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$.
Combien vaut $u_{2019}$ ?
A) 121 B) 25 C) 64 D) 400 E) 169

*Pour départager d'éventuels premiers ex æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.*

**25** Les cases du carré ci-contre sont remplies de telle sorte que chaque ligne et chaque colonne contienne une fois et une seule chacun des nombres 1, 2, 3, 4 et 5. De plus, la somme des nombres contenus dans chacune des trois zones délimitées en traits épais est la même. Quel nombre figure à la place du point d'interrogation ?




**26** Trois entiers naturels différents sont tirés au hasard parmi les 10 nombres de 1 et 10.
La probabilité que l'un d'entre eux soit la moyenne des deux autres est de la forme $\frac{1}{n}$.
Combien vaut $n$ ?